Nous lorsqu'il s'agissait de traquer l'ennemi
Avons-nous marchandé notre pain à l'ouvrage
L'ennemi ces jours-ci pour changer de visage
À ses valets d'alors nous verrait-on soumis

Louis Aragon, *Le Nouveau Crève-cœur* La Pléiade p. 1066

Combattre et construire une philosophie, réflexions sur Jean Cavaillès.

La guerre traverse tous les êtres, je sens encore son souffle aujourd'hui. La décision de résister à l'envahisseur, n'est pas le résultat d'une application de la philosophie qui dénonce éventuellement un empêchement de penser, voire les atteintes à la liberté, le combat réel est d'un autre ordre. Bien plus, les philosophes sont souvent démunis devant la nécessité de lutter, eux les fonctionnaires de l'humanité. Ils peuvent se protéger, se cacher ou même être préservés par ceux qui se battent. Ils écrivent des livres qui recèlent un sens anti nazi, signer des tracts ou des appels à résister, ils ne se jettent pas dans la bataille. Certains se sont pourtant engagés avec un remarquable courage dans un cadre directement politique comme le fit George Politzer,

Ce fut aussi le cas de Jean Cavaillès, mais la détermination politique n'est pas directement ce qui l'a amené à trancher. Sa vie de combattant, d'engagement dans des coups de main contre l'occupant, résonne singulièrement avec ce que sa philosophie interrompue brutalement nous enseigne. Il a éprouvé la nécessité de combattre devant la situation dans laquelle il a décidé d'être pris. Cette nécessité, spinoziste a-t-on pu dire, et c'est ainsi qu'il la présente, peut quand même être théoriquement sinon justifiée du moins approfondie. Cette justification présente des parentés, ce que nous pouvons dire pour l'instant, avec ses positions philosophiques. Ce fait à lui seul nous incite à en faire un philosophe singulier. Il m'a été suggéré par Xavier Renou que une « surrection du sens » où surgit à la fois le sens dans le mouvement syntaxique et le sujet libre et créateur –le décrochement d'une situation mathématique pour gagner une nouvelle signification-, pourrait avoir son répondant dans une doctrine de la liberté comme surrection de l'engagement dans une situation donnée. Cette surrection impose une décision de choisir un destin. La question est de savoir si le chemin de cette destinée précède la décision de son adoption et alors comment l'expliquer ou si au contraire je suis l'effet d'une situation qui s'impose à moi dans la compréhension que je puis gagner de sa nécessité. Descartes ou Spinoza ?[1]

La mort de Jean Cavaillès a été commémorée, lors des cérémonies en l'honneur de la Résistance en 2014, et la Société des Amis de Jean Cavaillès a été un artisan de cette commémoration. Les représentants de différents réseaux de la Résistance française étaient présents. Ces mises à l'honneur, pas toujours faciles à réaliser (qui connaissait ne serait-ce que le nom de Jean Cavaillès parmi nos ministres ?), ne doivent pas émousser la force de cette pensée qui fut à l'égal de celle de cette vie. Il fut un chef de guerre, rigoureux, un des organisateurs de l' « armée des ombres ». Mais aussi un philosophe mathématicien (j'y reviens) d'une implacable puissance d'analyse.

.

Et si nous recherchons un auteur philosophe d'actualité, c'est Cavaillès qu'il faut aller travailler. Il représente comme on le sait, une tradition, diverse, parfois contradictoire, celle de la philosophie « à la française », ce qui peut paraître étonnant pour qui sait combien il a été attentif à la production internationale, à ses dialogues avec Carnap ; et bien avant il y eut son séjour dans les nouvelles mathématiques allemandes, et son assistance au colloque de Davos qui vit Heidegger affronter Cassirer.. C'est sans doute que cette tradition française a été bien moins provinciale que ses détracteurs n'ont cessé de le proclamer. Il n'en reste pas moins que Cavaillès a représenté une base de travail pour nombre de philosophes qui lui ont succédé et ce sur une échelle qui va de la gauche philosophique, comme Alain Badiou, Louis Althusser, Pierre Raymond, Gaston Bachelard, Georges Canguilhem jusqu'à des philosophes situés dans un travail plus ancré dans une tradition universitaire comme Jean-Toussaint Desanti, Gilles Gaston Granger (résistants tous les deux) et dans des travaux plus récents de Hourya Sinaceur et Alain Michel. L'actualité de Jean Cavaillès tient à ses thèses philosophiques.

J'en profite pour faire fi d'un argument qui revient souvent[2] : on veut bien consentir à reconnaître l'héroïsme de Cavaillès (c'est le moins qu'on puisse faire) ses actes de résistants mais autant on le reconnaît, autant on proclame sa prétendue confusion philosophique. Or si un reproche peut être adressé à Cavaillès, c'est bien plutôt la concision de son style, la concentration de sa pensée et sans doute le fait que son héroïsme ne lui pas laissé le temps de développer certaines de ses propositions philosophiques.

Mais pourquoi cette actualité ? On trouve d'abord dans la manière dont il résista des formes pratiques sans phrase d'un engagement sans commentaire, c'est une nécessité.. Cela reste vrai d'une certaine pratique politique. Mais cette résistance est peu séparable de sa pratique philosophique. On connaît les grands textes de Canguilhem, et les affirmations de Jean Cavaillès sur la nécessité de se battre au nom de la pensée et de la philosophie. Et surtout parce que ses propositions véritable travail en profondeur témoigne du fait que « le retour à la réflexion lui paraissait indispensable, au sein de l'action, pour lui garantir son sens ».[3]

I. L'exercice de la critique philosophique, la conjoncture présente.

Je me propose d' entrer d'un point de vue mathématique et philosophique dans le texte mythique « Sur la logique et la théorie de la science ». Je voudrais y montrer l'extraordinaire ouverture qu'il permet sur les mathématiques de son temps et leur histoire. Or c'est une philosophie d'une telle ouverture dont nous avions et avons besoin. Comme je l'ai développé ailleurs, cela parce que la philosophie dominante des mathématiques reste une philosophie sans mathématiques, et surtout sans analyse philosophique des mathématiques.

1 La philosophie des mathématiques aujourd'hui, quelques remarques.

Je vais donc commencer par des préliminaires indépendamment du texte de Cavaillès.

Il est assez remarquable en effet que la philosophie dite des mathématiques développe un discours philosophique qui n'a que peu à voir avec les mathématiques vivantes. Car c'est une caractéristique qui devrait sauter aux yeux, les mathématiques ont une vie, comme un organisme dont aucune des parties ne peut être séparée du tout qu'elles forment.

A-Aucun des grands problèmes des mathématiques actuelles et effectives n'y trouve droit de cité. Prenons l'exemple de la géométrie algébrique moderne: aucune allusion n' y est faite. A quelques rares exceptions près. Qu'il s'agisse de sa constitution en une discipline autonome, ou de sa construction relativement récente (elle date de plus de cinquante ans) avec l'introduction de nouvelles méthodes issues de la théorie des catégories. En réalité la construction de Grothendieck est complètement liée à l'invention des catégories. Ce constat ne porte pas seulement sur ces mathématiques structurales ou conceptuelles mais tout autant sur les mathématiques d'allure plus pratique ou plus calculatoire. Des calculs remarquables sont aujourd'hui tentés avec leurs conjectures et la nécessité de recourir à des programmes machines parfois même insuffisants, rien ou si peu de ces aventures qui mobilisent nombre de mathématiciens n'est évoqué par la philosophie des mathématiques. Et la liste, au regard du dynamisme de la recherche mathématique, pourrait être indéfiniment allongée.

B- Aucune des grandes conjectures qui marquent les mathématiques récentes n'est évoquée. À quelques rares exceptions rien n'est jamais analysé de la conjecture de Fermat; rien n'est dit des travaux qui passionnent les mathématiciens d'aujourd'hui. En géométrie complexe ou en théorie des nombres vivants, mais aussi en géométrie différentielle qui connaît nombre de problèmes ouverts. La vie des mathématiques est asséchée, desséchée par ces philosophies.

C- Il est vrai que ces mathématiques-là sont difficiles. Mais la difficulté d'y accéder, et c'est pour moi un principe, n'est pas une raison pour renoncer à les comprendre. On peut choisir une autre discipline plus facile. Mais cette situation -la difficulté des théories mathématiques et leur richesse- a produit des effets qui les déconsidèrent comme trop formelles ou vides, leur inaccessibilité est ce qu'elles méritent, un obstacle qui les condamnent à l'isolement et que nous n'avons pas à franchir : à l'inverse les philosophes ou du moins certains, n'hésitent pas à faire référence à des résultats, des théorèmes dont ils n'ont pas la moindre idée de la complexité et de la profondeur. On ne saurait trop insister sur ce point.

D- Ce premier constat n'est pas suffisant. Il existe des réponses à ces critiques, à ces objections. La philosophie des mathématiques si elle est organisée en fonction de courants dominants est aussi diversifiée et orientée selon des questions qu'elle s'efforce de traiter. C'est un principe de son fonctionnement, les questions qu'elle fait comparaître doivent ne tenir leur logique que d'elles-mêmes. L'autonomie de son développement se doit de ne pas être soumis à la logique de la discipline qu'elle analyse. Encore moins doit-elle être soumise à l'autorité des résultats, soient-ils les plus profonds et les plus importants. Ce dernier point doit être encore approfondi. La philosophie des mathématiques doit se développer de manière autonome - ne pas être soumise à la logique de ses objets d'analyse qui reste endogène- et pourtant elle doit se rapporter à la vraie vie mathématique. Cette problématique a été celle de Gilles Gaston Granger qui a construit toute une philosophie à partir de l'œuvre de Jean Cavaillès.

D-a-Les mathématiques sont une discipline, comme beaucoup de sciences qui la pratiquent de manière différente et à un moindre degré, de réflexion sur elles-mêmes. J'y reviens par la suite, elles se développent suivant des couches de réflexion qui reviennent sur elles-mêmes dont les structures supérieures faites de structures propres algébriques ou topologiques ou différentielles font retour sur les structures inférieures qu'elles étendent du même coup ou transforment. Et sur la base de cette réflexion mathématique là la philosophie doit produire sa propre réflexion. Ces deux niveaux de réflexion, celui des mathématiques et celui de la philosophie, sont souvent entrelacés voire confondus, ce qui produit nombre de malentendus. Comme je vais le développer Cavaillès nous fournit des outils (sur une base à réfléchir) pour comprendre et concevoir cette situation.

D-b La réflexion philosophique présente des formes qui peuvent être reprises par la réflexion mathématique pour des raisons sur lesquelles je reviendrai plus tard. Non pas seulement qu'elle présente des analogies avec cette dernière comme l'a relevé de manière très suggestive Albert Lautman. Mais la réflexion philosophique intériorisée aux mathématiques pousse leur formulation et même leur production. Que signifie « intériorisée »? Cela signifie que le mouvement théorique est poussé par des formes décrites en des concepts explicitement philosophiques, comme le souligne également Lautman, par exemple : l'intrinsèque, le surgissement d'une existence, la montée ou la descente. Ces concepts possèdent une double face. C'est une analyse que je développerai sous des aspects plus diversifiés, mais prenons le cas de la « descente », c'est devenu une voie d'analyse dans la géométrie algébrique de Grothendieck[4]. Mais c'est aussi une thématique développée par Lautman, dans sa présentation philosophique de la théorie de Galois ou de la théorie du corps de classe. J'ajouterais que l'élaboration mathématique implique souvent que des développements mathématiques différents entrent en rapport en produisant des réflexions mathématiques spécifiques par l'intermédiaire de théories mathématiques de niveau supérieur en abstraction comme dans la théorie des catégories.

E- La question est alors de savoir si l'exigence philosophique de développement autonome, ou disons spécifique, peut être respectée et si pourtant l'analyse philosophique doit et peut en même temps entrer dans les véritables mathématiques avec leurs très grandes difficultés. C'est sans doute un objectif difficile à atteindre. On a dit beaucoup de choses sur la nécessité et la difficulté d'une double formation. La question est plutôt de savoir ce que veut dire une culture mathématique ou philosophique. Il existe d'autres manières de poser la question.

F-a Qu'apporte à l'analyse philosophique la référence privilégiée aux mathématiques récentes? [5] De manière prosaïque, la mise en évidence de mécanismes de raisonnement et de pensée produit des effets remarquables sur la pensée philosophique. Ce point est lié à l'imagination productrice dont je présenterai brièvement des analyses à partir d'éléments que nous a transmis le kantisme. Les formes de synthèse souvent hors du commun que nous livre la création mathématique produisent ou doivent produire leurs effets philosophiques comme elles le firent pour les grandes philosophies de l'histoire de la philosophie. (Descartes et l'algèbre, Leibniz et le calcul différentiel, Hegel et Lagrange, ou Gauss),

F-b La forme réflexive mathématique dont j'ai déjà remarqué qu'elle possède une face philosophique se trouve d'autant plus riche qu'elle germe sur toute l'histoire qui la précède et le corpus qu'elle réfléchit. Le cas le plus patent est celui de la théorie des catégories. Elle réfléchit le corpus mathématique dans son ensemble établissant à l'aide des concepts d'objet et de morphisme (les flèches) les passages d'un concept à l'autre ou d'un contexte conceptuel exprimé par une catégorie à un autre à l'aide du concept de foncteur. Elles fournissent une base mathématique avec circulation d'un concept à l'autre qui permet de produire une réflexion sur les relations d'une discipline mathématique à l'autre, par exemple sur l'algèbre comme contrôle des développements analytiques, ou bien encore sur la nature de l'abstraction mathématique.

Il ne va pas de soi que ces deux faces sont, si je puis dire, concomitantes ou corrélatives. On peut thématiser la philosophie des développements de l'algèbre homologique (qui peut exprimer une théorie du calcul différentiel ou des objets topologiques) et une réflexion mathématique de l'algèbre homologique comme telle indépendamment l'une de l'autre. Nombre de théories mathématiques se sont comme des théories explicitement réflexives sur les théories qui les précèdent et ont vu leurs porteurs comme refusant l'analyse philosophique qu'ils voient comme superflue.

G-a Le risque difficilement contrôlable de laisser la réflexion philosophique retomber dans la puissance du champ des mathématiques est souvent couru et la réflexion philosophique disparaît absorbée par les objets qu'elle analyse. L'exigence philosophique s'est alors mise elle-même dans une situation inextricable.

G-b Essayons de reprendre cette question pour proposer des voies de sortie. L'argument de la référence nécessaire aux mathématiques telles qu'elles se pratiquent n'est un véritable argument que sous-tendu par la thèse philosophique que c'est l'état dernier de la production mathématique qui en est la véritable réalité. Le résultat est résultat de son devenir. Et de ce fait ce devenir est éclairé par lui. Par exemple la théorie des catégories. Et donc c'est celle-ci que la philosophie se doit d'intégrer à sa propre réflexion. Bien, entendu, il existe nombre de théories qui restent en jachère voire enfouies dans les couches de mathématiques développées, d'autres qui resurgissent, des recommencements ou des fins prématurées, (on a pu y voir un développement labyrinthique des mathématiques) mais les synthèses dernières sont celles qui nous fournissent la plupart du temps un état des mathématiques et un moyen de réfléchir sur son passé. C'est de cette réflexion que naissent de nouveaux concepts ou des nouvelles formes qui étendent et précisent les anciennes.

H- Examinons cette question pour montrer qu'elle peut prendre une forme qui n'est ni dogmatique ni nécessairement positiviste. Comme je l'ai indiqué plus haut, les mathématiques sont réflexives sur elles-mêmes et cette constatation peut être prise dans un sens plus historiques. Les mathématiques travaillent sur une matière qui est leur histoire. André Weil qui a poussé cette analyse[6] explique que le mathématicien est comme un sculpteur qui retravaille en élaguant, en retirant de l'état passé des mathématiques ce qui lui paraît inutile ou ce que les nouveaux théorèmes rendent inutile. C'est un certain niveau de pureté qu'il s'efforce d'atteindre par là. La progression se fait dans le sens de la "purification". Cavaillès parle de « raboter l'extrinsèque ». Bien entendu, c'est encore une analyse que je développe plus loin, cette purification va de pair avec différents niveaux de synthèses atteints et franchis. Et toutes les questions philosophiques attenantes s'en trouvent étendues et enrichies. Reste que les questions philosophiques antérieurement posées s'adressant à des états antérieurs des mathématiques conservent selon leur niveau d'élaboration, leur légitimité et leur intérêt. Rappelons en quelques-unes. Rapport entre le discret et le continu, l'essence et l'existence, l'infini et le fini etc. Le rapport entre le discret et le continu a fait l'objet d'une longue méditation de la part de Grothendieck et l'a fait développer la puissante théorie des topos, dans les *Éléments de géométrie algébrique*.

Mais pour Lautman, le rapport philosophie-mathématique est platonicien au sens où la philosophie pose des problèmes/questions auxquels les mathématiques s'efforcent d'apporter des réponses, les problèmes subsistant dans les réponses elles-mêmes. C'est une position que refuse Cavaillès même si dans ses constructions philosophiques il reste proche de son frère d'armes. Je cite dans la correspondance avec Lautman. Celui-ci dans sa réponse à Maurice Fréchet avec qui il discute de son travail de thèse « Alors que Cavaillès cherche dans les mathématiques elles-mêmes le sens philosophique de la pensée mathématique, ce sens m'apparaît au contraire dans le rattachement des mathématiques à une métaphysique (ou dialectique) dont elles sont le prolongement nécessaire. Elles constituent la matière la plus proche des Idées. Il ne me semble pas que ce soit pour les mathématiques une diminution ; cela leur confère au contraire un rôle exemplaire. »[7]

Le 4 février 1939 Cavaillès termine son exposé : « la connaissance claire, rigoureuse, mathématique nous empêche de poser les objets comme existant, indépendamment du système accompli sur ces objets et même indépendamment d'un enchaînement nécessaire à partir du début de l'activité humaine ». Il dit encore : « Personnellement je répugne à poser autre chose qui dominerait la pensée effective des mathématiques, je vois l'exigence dans les problèmes … et si la Dialectique n'est pas cela, on n'arrive qu'à des propositions très générales. L'avenir montrera qui de nous deux a raison. » p. 263. Mais il avait écrit à Lautman: « Au fond tu as peut-être raison. Je suis pour moi si enfoncé dans le problème (au fond le même) de l'expérience mathématique que je ne peux voir le rapport avec aucune autre façon de le poser. Mais peut-être qu'on se rejoindra au bout…je le voudrais bien »[8 9]

I- Je voudrais maintenant proposer des analyses sur l'intérêt mathématique, et l'intérêt philosophique. L'intérêt est un sentiment produit par une représentation qui fait que nous souhaitons en approfondir l'analyse et que nous pensons que son existence ou seulement son analyse contribue au développement de la discipline mathématique ou philosophique. Notre sentiment qui nous fait considérer une notion, un concept, un ensemble d'arguments comme "bons" pour les mathématiques ou la philosophie n'est pas nécessairement explicitable dans la mesure où il comporte des éléments prospectifs. Si on se place dans un cadre kantien on dira qu'il existe un intérêt de la raison et donc un sentiment rationnel et anticipateur ou régulateur. De plus cet intérêt rationnel nous crée une obligation de renforcer et de développer l'objet de notre intérêt. Cet aspect subjectif de l'intérêt qui fait que je suis intéressé par telle notion ou tel argument demande à être encore précisé. Il me fait travailler sur les formes suivant lesquelles je suis impliqué par mes choix. Si je fais de la géométrie complexe et que je considère qu'un théorème est important et demande une analyse une réflexion voire une démonstration, je le fais aussi poussé par un désir de savoir. La satisfaction de ce désir même provisoire ou incomplète induit un accroissement de mes capacités cognitives et donc une augmentation de ma puissance de comprendre. Plus j'en sais mieux je suis.

I-a L'intérêt mathématique n'est pourtant pas l'intérêt philosophique. L'intérêt mathématique est bien sûr à la recherche de sa satisfaction dans le champ des mathématiques ou si c'est à l'extérieur (intérêt mathématique de la physique, de la biologie etc.) pour les mathématiques elles-mêmes. Et si satisfaction il y a c'est par l'intermédiaire de procédures reconnues par les mathématiques. Si je cherche un déploiement, une diversification des démonstrations je dois y retrouver la marque des mathématiques qui s'éprouvent elles-mêmes dans ces essais de preuve. Mais à l'inverse lorsque j'invente une démonstration ou lorsque j'en comprends une j'en éprouve une intense satisfaction due à un accroissement d'être. Qu'est-ce qui spécifie cet intérêt comme mathématique outre sa marque disciplinaire? L'insertion dans le corpus mais aussi les modalités spécifiques de cette insertion. L'intérêt se réalise dans la construction de nouvelles synthèses opératoires qui à chaque fois suppose que des situations soient construites à partir desquelles de nouvelles unités sont atteintes.

I-b L'intérêt philosophique se satisfait dans la réalisation de nouvelles analyses qui sont toujours en passe de s'autonomiser. Elles s'autonomisent pour prendre place dans l'ensemble des questions de la métaphysique et de son histoire. Je voudrais à titre d'exemple d'une analyse de la différence entre mathématique et philosophie discuter une position, celle de Kant.

1-3 Les thèses de Kant

La connaissance philosophique n'est pas la connaissance mathématique dont elle est pourtant extrêmement proche. Dans la *Méthodologie transcendantale, première section* intitulée *Discipline de la raison pure dans son usage dogmatique* Kant[10] se livre à une comparaison entre la connaissance philosophique et la connaissance mathématique.

« Les mathématiques donnent le plus éclatant exemple d'une heureuse extension de la raison pure par elle-même sans le secours de l'expérience. »[11].

Il souligne ainsi une caractéristique des mathématiques, leur possibilité d'extension, donc de développement de leur connaissance sans le recours à l'expérience. On peut interpréter cela comme une extension endogène, croissance de l'intérieur, dans un sens large. Même si les mathématiques sont stimulées par l'extérieur elles n'y ont pas recours pour construire leurs concepts. N'importe quelle théorie mathématique peut en témoigner. Le rapport à l'expérience n'est pas d'une nature telle qu'il apporte dans la forme de ses objets et dans leur contenu une possibilité d'extension. Si je puis appréhender des phénomènes physiques à l'aide de structures algébriques ou même topologiques ou géométriques, ces dernières n'ont pas été construites à l'aide de ces mêmes objets. De ce fait il s'agit d'une extension de la raison pure, je dirais, de notre capacité de connaître.

« Les exemples sont contagieux, surtout pour cette faculté, qui se flatte naturellement d'avoir toujours le même bonheur qu'elle a eu dans un cas particulier. Aussi la raison pure espère-t-elle pouvoir s'étendre, dans son usage transcendantal, avec autant de bonheur et de solidité qu'elle l'a fait dans son usage mathématique, surtout en appliquant ici cette même méthode qui lui a été là d'une si évidente utilité. Il nous importe donc beaucoup de savoir si la méthode qui conduit à la certitude apodictique, et que dans cette dernière science on appelle mathématique, est identique à celle qui sert à chercher cette même certitude dans la philosophie et qui devrait y être appelée dogmatique ».[12]

Que veut la philosophie? Pouvoir produire des connaissances ayant le même degré de certitude que celle qu'elle croit trouver dans les mathématiques. L'aspect principal de cette connaissance que retient Kant, et la plupart des analyses de l'histoire de la philosophie, est l'effet subjectif de certitude apodictique que leurs énoncés produisent. Cette caractéristique est rarement étudiée comme telle par les courants contemporains de la philosophie des mathématiques. C'est pourtant cette modalité qui la représente comme une forme suprême de connaissance et qui en explique l'omnisubjectivité. C'est elle qui fournit le recours sans contestation possible à des énoncés sur lesquels un accord ne peut être refusé La question de savoir si dans les disciplines aujourd'hui très développées qui constituent le corpus mathématique l'apodicticité se présente de la même façon. Sur l'essentiel il me faut répondre par l'affirmative. Quelle que soit la complexité des objets et des démonstrations qui les valident dans des théorèmes leurs présentations et le déroulement démonstratif reposent sur la nécessité de leur acceptation subjective. Et c'est celle-ci qui les valide. Poursuivons notre analyse

« La connaissance philosophique est la connaissance rationnelle par concepts, et la connaissance mathématique la connaissance rationnelle par construction de concepts. Or construire un concept, c'est représenter *a priori* l'intuition qui lui correspond. La construction d'un concept exige donc une intuition non empirique, qui par conséquent, comme intuition soit un objet singulier, mais qui n'en exprime pas moins, comme construction d'un concept (d'une représentation générale) quelque chose d'universel qui s'applique à toutes les intuitions possibles appartenant au même concept »[13].

Je dirais que cette distinction vaut pour toutes les mathématiques et non pas seulement pour la géométrie. Mais commentons d'abord cette dernière affirmation. Représenter *a priori* un objet qui correspond au concept. D'abord est-ce dans l'anticipation d'une de ses formes de réalisation que consiste la représentation *a priori*? Intuition non empirique, c'est une intuition qui n'est pas donnée dans une expérience sensible. Mais qui est la forme de donation de tous les objets de ce genre, ou de la même classe. Elle s'applique à toutes les intuitions possibles appartenant au même concept. Elle exprime la construction du concept ou si l'on veut l'acte de sa construction. Et en tant qu'elle exprime ce qu'il y a d'universel qui s'applique à toutes les intuitions possibles appartenant au même concept elle ne peut se réduire à la singularité de l'objet qui en est le support. Le fait qu'il s'agisse de toutes les intuitions possibles ne fait que dire autrement qu'il ne s'agit pas d'une intuition -ou même une représentation- donnée dans un objet singulier et qui puisse s'y réduire. C'est donc le possible en tant qu'il ne se réalise pas qui fait la structure idéelle de cette intuition. Prenons le cas d'une loi interne en algèbre élémentaire. Elle représente la forme de toutes les compositions stables au sens où elles restent dans l'ensemble dont sont issus les éléments qui se composent (éléments, applications etc.). Ce sont là toutes les compositions possibles conformes à la prescription de stabilité (on dit aussi de fermeture). On possède ainsi toutes les formes des actes de construction du concept mathématique pris en considération. On comprend aussi que le concept mathématique induise une action de construction par laquelle il est connu et produit. Insistons-y, il est question de toutes les formes d'une action de construction possible. Pas de mathématique sans construction, pas de mathématique sans action. Cette action est une action en « pensée », qui implique une véritable activité de pensée.

Passons à l'analyse de la suite de cette citation qui explicite le cas de la géométrie, celui d'un triangle.

« Ainsi je construis un triangle en représentant l'objet correspondant à ce concept soit par la simple imagination dans l'intuition pure soit même d'après celle-ci, sur le papier dans l'intuition empirique, mais dans les deux cas tout à fait *a priori*, sans en avoir tiré le modèle de quelque expérience. La figure particulière ici décrite est empirique et pourtant elle sert à exprimer le concept sans nuire à son universalité, parce que dans cette intuition empirique, on ne songe jamais qu'à l'acte de construction du concept auquel beaucoup de détermination sont tout à fait indifférentes, comme celles de grandeur, des côtés et des angles et que l'on fait abstraction de ces différences qui ne changent pas le concept de triangle »[14] .

Kant explique le lien qu'il existe entre l'*a priori* l'universel et l'empirique. Comme déjà dit plus haut, nous contemplons une figure particulière, qui est sensible, qu'elle soit dans l'intuition pure ou empirique mais nous n'avons pas eu recours à un modèle donné dans une expérience. Nous sommes pris par la considération de la construction du concept de triangle. Ce triangle vaut pour tout triangle quel qu'il soit, quelque triangle particulier que je construise. De même je ne n'ai pas à considérer grandeur, côtés ou angles. Tout triangle possède une aire, des côtés ayant telle ou telle longueur, et des angles qui dont la somme possède une infinité de répartition. Un triangle ce sera toutes ces répartitions possibles, tout comme la grandeur (aire) ou les côtés. Il en sera de même avec des répartitions limitées autrement, pour un triangle géodésique avec une détermination supplémentaire, la courbure de la surface sur laquelle il est situé..

Ajoutons quelques remarques sur la relation qu'un concept dans ce cadre, entretient avec son objet. Le concept contrôle son objet dans le cadre d'une construction possible de toute forme d'un tel objet dans une intuition possible. L'objet comprend en lui toutes les formes possibles de construction qui excèdent la construction mise en œuvre dans ce cas particulier. Dans le cas des mathématiques, l'objet construit nous met en possession des diverses formes que peut prendre la réalisation de la construction. C'est cette dernière qui le caractérise comme concept mathématique. Un niveau d'universalité fait de ce sensible une sorte de non sensible comme dit Hegel. Du construit qui anticipe sur toutes les formes et les actes de construction du concept dans l'intuition. A partir de là on peut se livrer à une comparaison entre philosophie et mathématique.

« La connaissance philosophique considère le particulier uniquement dans le général, et la connaissance mathématique le général dans le particulier, même dans le singulier, mais *a priori* et au moyen de la raison, de telle sorte que, comme ce singulier est déterminé d'après certaines conditions générales de la construction, de même l'objet du concept auquel ce singulier ne correspond que comme son schème doit être conçu comme universellement déterminé ».[15]

La connaissance mathématique considère le général, c'est un point important elle a vocation au général. Comme pour toute science les concepts qu'elle forge et manipule sont des concepts généraux. Qu'est-ce qui détermine cette généralité? Les objets eux-mêmes qu'elle se donne à étudier. À la base nous n'avons pas affaire à une généralisation, la généralité est déjà présente: je veux connaître toutes les structures de ce genre ou toutes les figures comme le triangle.

Mais ce général est étudié dans le particulier ou le singulier. Je dirais qu'elle ne veut ni ne cherche à étudier le général autrement que dans le particulier voire le singulier. Si je veux considérer cette distinction en esquissant une remarque qui porte sur les mathématiques plus développées, je puis dire qu'il existe des niveaux de généralités. Si je veux étudier le concept de groupe, je ne puis l'étudier que dans une certaine sorte de groupe et il y en une extrême diversité. Mais je me dois de construire alors un concept de groupe abélien par exemple. Les opérations de commutativité deviennent des opérations particulières que je peux me représenter dans l'intuition. Mais cette opération intuitive est elle-même emprunt d'un niveau de généralité inférieure à celui du concept de groupe dont je suis parti. Selon Kant en mathématique je ne puis étudier le général en tant que tel je dois toujours le particulariser par le niveau d'en dessous. L'objet du concept, dit Kant auquel ce singulier correspond est comme son schème.

Je voudrais commenter ce point. Selon Kant, le schème est ce par quoi un concept (pur) universel se particularise par se réaliser dans une intuition singulière. Cette manière de se particulariser use des pouvoirs de l'imagination qui est fournisseuse de schèmes. On peut considérer que le schème kantien est fourni par l'imagination faculté d'invention. Sans entrer dans une discussion sur la nature des facultés, nous pouvons nous contenter de dire que nous avons à disposition une capacité de particularisation qui est donnée *a priori* imprégnation conceptuelle par une production d'images normée conceptuellement. C'est à ce niveau que l'intuition peut "contenir" du général.

C'est donc dans cette forme que consiste la différence essentielle de ces deux espèces de connaissances rationnelles; elle ne repose pas sur la différence de leur matière ou de leurs objets. Ceux qui ont cru distinguer la philosophie des mathématiques en disant qu'elle a simplement pour objet la qualité, tandis que celui des mathématiques est la quantité ont pris l'effet pour la cause. « La forme de la connaissance mathématique est la cause qui fait cette connaissance se rapporte uniquement à des grandeurs. Il n' y a en effet que le concept de grandeur qui se laisse construire, c'est-à-dire représenter dans l'intuition, les qualités ne se laissent représenter dans aucune autre intuition que l'intuition empirique. Aussi une connaissance rationnelle de ces qualités n'est-elle possible qu'au moyen des concepts ».

Ce n'est donc pas dans l'objet de connaissance que se situe la différence entre connaissance philosophique et connaissance mathématique, mais c'est dans la manière de se rapporter à l'objet de connaissance. Les mathématiques doivent construire l'objet de leur concept, elles « se hâtent de recourir à l'intuition où elles considèrent le concept *in concreto*, non pas pourtant d'une manière empirique, mais dans une intuition qu'elles ont représentée *a priori* c'est-à-dire qu'elles ont construite et dans laquelle ce qui résulte des conditions générales de la construction doit s'appliquer aussi d'une manière générale à l'objet du concept construit" Et j'ajoute encore que pour Kant la philosophie ne saurait être mathématique en ce sens, « La solidité des mathématiques repose sur des définitions des axiomes des démonstrations. Je me contenterai de montrer qu'aucun de ces éléments ne peut être ni fourni ni imité par la philosophie dans le sens où le mathématicien le prend ; que le géomètre, en transposant sa méthode dans la philosophie, ne construit que des châteaux de cartes ; que le philosophe en appliquant la sienne aux mathématiques ne peut faire que du verbiage ; ce qui n'empêche pas que la philosophie n'ait pour rôle dans cette science d'en reconnaître les limites… »[16]. J'accorde plus à la philosophie mais l'avertissement kantien reste légitime, il est aussi celui de Hegel.

Par ailleurs la philosophie traite de grandeur aussi bien que les mathématiques, par exemple de la totalité, de l'infinité etc. de leur côté les mathématiques s'occupent aussi de la différence des lignes et des surfaces comme d'espaces qualitativement différents, de la continuité de l'étendue comme de l'une de ses qualités.

Ici nous devons penser à ce qui sera la topologie. Kant développe assez longuement sur un exemple, son analyse de la différence entre philosophie et mathématiques. Avant de passer a` l'analyse de son exemple je voudrais tenter de donner des éclaircissements au-delà des thèses kantiennes sur l'expression *in concreto*. Kant dit qu'un concept mathématique est construit dans l'intuition qui le réalise dans un objet intuitivement accessible et donc singulier. Lorsqu'il s'agit d'objet géométrique cette affirmation suppose la forme de l'espace donnée *a priori*.[17] Je travaille sur ce triangle donné dans l'espace forme de mon intuition qui ainsi le particularise. S'il s'agit d'une structure algébrique, prenons le cas d'un anneau, il me faut construire cet objet en convoquant les opérations qu'il suppose, opérations binaires additive et multiplicative. Je réalise dans l'intuition ces opérations ainsi que leur compatibilité. Cette construction *in concreto* est guidée par le concept de la structure algébrique, mais je ne peux saisir ce concept que par la construction qu'il prescrit. Le mouvement opératoire de réalisation se fait en passant d'une couche supérieure à une couche inférieure ou même latérale. L'intuition-construction que demande la doctrine kantienne est corrélative d'un rapport à une forme intuitive mais la prescription que lui imposent les structures de niveaux supérieurs fait que cette forme n'est pas nécessairement celle de l'espace donné initialement, car elle peut précisément être intégré à des niveaux supérieurs. Perd-elle sa pure forme d'intuition, dès lors qu'elle est transportée à ces niveaux structurels?

Dans la réalisation même, si l'intuition est transportée ou déplacée elle n'en conserve pas moins son statut d'intuition (selon Cavaillès ce n'est plus une intuition qui suppose le donné de l'espace, mais c'est une intuition comme nous le voyons plus bas). Je prends encore un exemple qui mériterait une longue analyse : un ouvert topologique. Il peut être réalisé à travers des structures algébriques très compliquées. Il doit respecter les axiomes des ouverts qui définissent la topologie dans des structures apparemment très éloignées des ouverts vus dans un espace appréhendé dans une intuition facile. Il n'en reste pas moins que c'est bien une intuition spatiale certes transposée, travaillée, qui subsiste en arrière-plan de ces définitions, et qui en supporte la compréhension. C'est son niveau d'actualisation qui peut varier, ainsi que la nécessité de cette actualisation. De plus elle peut être orientée dans des directions nouvelles qui nous indiquent des voies nouvelles de compréhension de ces formes spatiales. Ce qui peut donner l'impression que la forme spatiale est décomposée voire diffractée, mais ce que je nommerais le pôle spatial subsiste. Cavaillès et Husserl parlent de thématisation. Mais ce spatial est malheureusement chez le philosophe de Kœnigsberg un spatial formel donné et statique.

Reste que Kant n'est pas allé jusqu'au bout de sa recherche de l'intrinsèque mathématique. Car « la synthèse que Kant décèle dans la pensée ne réclame aucun divers fourni ou différent mais elle-même, multiplicité par ses moments et son progrès : ce qui est unifié n'est pas préalablement donné comme divers- comment pourrait-il être donné sinon déjà dans une synthèse ? -et le supposer pour une analyse est le transformer en imagination spatiale, mais il est le déroulement même des actes en tant que chacun d'eux, s'oubliant et se réalisant à la fois dans une signification, ne peut poser son être propre que comme élément d'un ensemble reconnu pluralité et aussitôt base de départ pour de nouveaux actes »[18] .Suit la citation plus connue « Ainsi la synthèse est coextensive à l'engendrement du synthétisé »[19] Et pour ce qui est de la conscience Cavaillès se positionne par rapport à Husserl et cette position vaut pour toutes les philosophies de la conscience : « Le terme de conscience ne comporte pas d'univocité d'application- pas plus que la chose, d'unité isolable. Il n'y a pas une conscience génératrice de ses produits, ou simplement immanente à eux, mais elle est chaque fois dans l'immédiat de l'idée, perdue en elle te se perdant avec elle et ne se liant avec d'autres moments de la conscience,… que par des liens internes des idées auxquelles celles-ci appartiennent. »[20]

Faut-il qu'une philosophie des mathématiques s'attaque à l'analyse des mathématiques difficiles? Est-ce un principe de travail? Pas en tant que tel. Sinon de manière triviale plus les objets analysés sont riches plus les formes d'apparition de thèmes philosophiques sont fréquents. Il faut reprendre : la philosophie des mathématiques a nécessairement rapport avec les mathématiques. Il faut comprendre les mathématiques pour commencer à expliciter les problèmes philosophiques qu'elles posent. Cette position n'est pas celle des dits "philosophes des mathématiques", aussi faut-il la défendre si paradoxal que cela paraisse. Aucun des grands philosophes classiques ne s'est posé la question en les termes de la philosophie des mathématiques d'aujourd'hui. Ainsi de Platon, de Descartes, de Leibniz, de Kant (même si Gauss fait des reproches au « vieux Kant »). Hegel, quant à lui, a commenté le *Traité des* *fonctions analytiques* de Lagrange dont il fait un éloge. Sans doute a-t-il fallu attendre le prodigieux développement des mathématiques au XX^{è} siècle pour voir une question du refus d'une immersion dans des mathématiques *a priori* inaccessibles se pose.

Le bien-fondé de cette position provient essentiellement d'une certaine interprétation de la philosophie. En reprenant un typage des propositions cher aux philosophes dominants, nous dirons qu'il s'agit d'une interprétation de l'immanence philosophique en un sens faible ou superficiel. Comme la philosophie doit se développer de manière endogène sur la base de l'approfondissement de sa propre structure problématique, comment pourrait-elle ne pas se perdre dans l'analyse des problématiques mathématiques de EGA (*Éléments de géométrie algébrique*) de Grothendieck par exemple ? Mais selon moi, Il ne s'agit nullement de faire un appel terroriste à des mathématiques au nom enchanteur qu'elles doivent au génie créateur de Grothendieck.

J'ajoute comme exemple de cette inventivité dans l'usage de nouveaux termes ou noms, la théorie des Dessins d'enfants, qui désigne une nouvelle voie à explorer de la géométrie algébrique, la théorie des schémas qui est un des centres de son œuvre, de la descente, des sites ou encore de la « longue marche dans la théorie de Galois », etc. sans compter ce qu'il nous reste à explorer des centaines de milliers de pages non encore lues qu'il a laissées.

Il faut pouvoir réélaborer les thèses philosophiques qui apparaissent dans ces mathématiques nouvelles pour en faire de nouveaux chemins qui nous réconcilient avec la création mathématique.

1-2 Les thèses de Cavaillès

Je commence maintenant à présenter plus systématiquement les thèses de Cavaillès. Regardons en premier lieu comment il s'explique sur le mode de progression de la science.

« Même pour les sciences de la nature, l'accroissement se fait sans emprunt à l'extérieur : il y a rupture entre sensation ou opinion droite et science. L'expérience loin d'être insertion dans la nature est au contraire incorporation du monde à l'univers scientifique, … sa valeur d'expérience est à la fois dans son détachement d'un monde de singularité et d'extériorité, où ce qui est n'a pas de signification en dehors de son existence actuelle (et déterminée), et dans l'unification virtuelle à laquelle elle doit nécessairement un jour présider….Ainsi l'autonomie scientifique est simultanément expansion et clôture : clôture négative par refus d'emprunt ou d'aboutissement extérieur »[21].

Cavaillès explique ensuite que le savoir total n'a pas de sens « - avec une conscience absolue existe un hiatus autant qu'avec l'opinion… »[22]p. 23. L'extra scientifique radical n'a pas plus de sens. Et cette formulation célèbre reprise par Granger à propos de l'Ethique de Spinoza, « La science est un volume riemannien qui peut être à la fois fermé et sans extérieur à lui »[23] . Cette formulation est un exemple des effets produits sur la philosophie par les mathématiques de Riemann. En ce sens donc la science n'a pas d'extérieur, comme le philosophie.

La force de Cavaillès tient à la manière décisive avec laquelle il prend pied dans la conjoncture philosophique. Il va en profondeur faire apparaître à la surface les difficultés des philosophies dominantes.

Quelles sont les difficultés du logicisme (autant de Russell que de Frege) que pointe Cavaillès ?

Je complète ce réquisitoire plus bas. Difficulté de la description. « L'absolu du commencement et de la fin oblige en quelque sorte à la plantation d'un fond du décor, à la création *ex nihilo* d'un univers intelligible. Cela est-il possible ? Cela possède-t-il même une signification ? » « Les logicistes croient échapper à la question, en confondant les actes primaires avec leur représentation sensible, objets figurables, dont sinon la totalité, au moins les modes de construction paraissent délimitables exhaustivement : le départ est un ensemble de signes ou d'espèces de signes, les actes des moyens réglés de les organiser en groupes à formes déterminées »[24]

« Le problème de la description n'est pas résolu pour autant. Le signe n'est pas un objet du monde, mais s'il ne renvoie pas à autre chose dont il serait représentant, il renvoie aux actes qui l'utilisent. … »[25]. « Toutes les comparaisons des mathématiques avec une manipulation spatiale se heurtent à ce caractère fondamental du symbole mathématique, chiffre, figure, même bâton, de n'être là qu'en tant que partie intégrante

ou base d'une application d'une activité déjà mathématique : le symbole est intérieur à l'acte. »[26]. On peut reprendre encore, « Il y a superposition pour acquisition de nouveautés, non pour situation de la base » et surtout il n' y a pas de sens à se situer antérieurement au mathématique[27]. Le mathématique travaille sur du déjà mathématisé sous des formes différentes. En reprenant la terminologie phénoménologique de sens posant d'un acte primaire qui devient sens posé pour un acte secondaire, « les actes secondaires n'étant pas d'un autre ordre que les actes primaires, il n'est pas question de manifester par eux l'essence des mathématiques : en tant que formalisés ils sont eux- mêmes mathématiques. La théorie de la science peut être clarifiée et précisée grâce aux formalisations elle n'est pas constituée par elles »[28]. C'est précisément cette illusion–là que véhiculent les philosophies. Elles se caractérisent comme la pensée quotidienne par une fascination et une peur du formalisme. Ou bien elles considèrent le formalisme comme un obstacle de type religieux au déploiement d'une pensée autonome. Le symbolisme est un mystère pour leurs inventeurs eux-mêmes comme les symboles l'étaient pour les Egyptiens eux-mêmes comme nous l'explique Hegel dans *l'Esthétique* caractérisant la période de l'art symbolique en histoire de l'art. C'est cette peur révérencieuse qui bloque l'accès au dynamisme de la pensée mathématique.

C'est donc à la tentative d'un positionnement du formalisme que se livre l'analyse suivante de Cavaillès que je ne reproduis pas ici dans son ensemble. Par exemple il critique le réalisme naïf des énoncés protocolaires qui « supposent ce qui est en question à savoir des relations mathématiques qui soient traduction ou réduction de l'expérience physique. Mais l'enchaînement physique pas plus que l'enchaînement mathématique ne connaît de commencement absolu… »[29].

Il est remarquable que ce soit dans toutes ces positions le fantasme d'un commencement absolu qui soit dénoncé. Il est corrélatif de celui du fondement absolu. C'est celui qui est à l'œuvre dans les philosophies classiques avec de grandes exceptions dont la plus remarquable est celle de Hegel. Je cite : « Toutes les sciences autres que la philosophie ont des ob-jets qui, en tant qu'accordés immédiatement par la représentation, sont par conséquent aussi au commencement de la science présupposés comme admis, de même aussi les déterminations tenues comme nécessaires dans la progression ultérieure sont reçues de la représentation. Une science de ce genre n'a pas à se justifier au sujet de la *nécessité* de l'ob-jet même dont elle traite ; à la mathématique en général, à la géométrie, à l'arithmétique, à la science du droit, à la médecine, à la zoologie, à la botanique, etc. il est concédé de présupposer qu'il y a une grandeur, un espace, un nombre, un droit des maladies, des animaux, des plantes, etc. c'est-à-dire qu'ils sont admis par la représentation comme existant là ; on n'a pas l'idée de douter de l'être de tels ob-jets, et demander qu'il soit prouvé à partir du concept qu'il doit nécessairement y avoir en et pour soi une grandeur, un espace, etc., de la maladie, l'animal, la plante »[30]Hegel insiste sur les requis de la science que je reprendrais volontiers, d'abandonner la croyance en 1°« la validité fixe de déterminations bornées et opposées » 2° « la présupposition d'un *substrat donné*, représenté comme *déjà tout prêt,* qui doit être la mesure des références pour déterminer si l'une de ces déterminations-de-pensé lui convient ou non »[31] À ceci prêt que cela vaut pour les mathématiques autant que pour la philosophie, identification que Hegel admet souvent, comme dans son analyse du pythagorisme ou du calcul intégral.

L'autre grande critique adressée par Cavaillès au logicisme est celle qui a trait au problème posé par la physique. Le logicisme reste prisonnier de « l'image traditionnelle du vide intérieur des formalismes, qu'une matière expérimentale viendrait remplir, leur donnant seulement solidité »[32]. « On retrouve le double préjugé que les théories mathématiques d'une part sont des systèmes juxtaposés sans enchaînement nécessaire entre eux, et d'autre part ne se suffisent pas à elles-mêmes, mais ne prennent leur signification que comme instrument pour la connaissance du monde. »[33].

Critique qui suit celle du commencement absolu « Apparaît également illusoire la tentative de fonder directement une théorie de la démonstration…De même que la théorie directe des sciences ou de la science renvoyait à une théorie de la démonstration celle-ci réclame une ontologie, théorie des objets qui fixe enfin la position relative des sens authentiques… »[34]. Cavaillès a noté que la pensée mathématique renvoie à la démonstration. Mais il demande, c'est une nécessité, qu'une ontologie puisse constituer le conceptuel de la démonstration.

La démultiplication des intuitionnismes, des logicismes, des formalismes les fait converger vers une position commune vis-à-vis de l'histoire; a) Faut-il disjoindre histoire des mathématiques et philosophie des mathématiques ? (Je reprends en b) plus bas une autre analyse des critiques adressées à la philosophie dominante des mathématiques à côté de celle développée ici d'un refus dogmatique de l'histoire). La disjonction triviale est souvent posée pour protéger la philosophie contre ses retombées dans l'histoire sous forme d'une chronique comme juxtaposition de faits fussent-ils conceptuels. Et pour développer une philosophie en soi a-historique souvent proche de formulations logiques[35] il est dit que Desanti « réfléchit plutôt qu'il n'argumente » et dans son ouvrage *Philosophie des mathématiques* écrit en collaboration avec Denis Bonnay, l'histoire des mathématiques, n'est pas conçue comme liée à la philosophie des mathématiques d'une façon ou d'une autre ; pour une vision générale du problème[36], Panza M.[37] Cette position est souvent réclamée tant par les dits philosophes des mathématiques que par les historiens qui se retrouvent en accord sur ce point. C'est selon. Si l'on se propose explicitement de faire de l'histoire des mathématiques en s'efforçant souvent de manière artificielle de dégager un espace pour une telle discipline alors de fait, il faut faire le choix d'une certaine narrativité qui se rapporte à des reconstructions dites historiques d'unités dont le support peut être social ou psychologique. Quel est le bien- fondé des problèmes ainsi dégagés? Le résultat sera une chronique descriptive plus ou moins talentueuse des formes de manifestation sociale des théories mathématiques. Le sens philosophique qu'elles véhiculent est d'un autre registre. Cavaillès occupe une position clairement assignable, il refuse tout d'abord la conception de l'histoire qu'implique la phénoménologie. Comme « la purification critique portant exclusivement sur des altérations produites par l'emploi symbolique ou condensé d'un procès qui ne se retrouve lui-même que dans son ampleur primitive, ou par des ruptures entre une méthode et le décor ou la fin qui lui donnent son sens, de sorte qu'elle n'est plus qu'habitude ou technique »[38], il faut recourir à une histoire supplément. « L'histoire est révélatrice des sens authentiques dans la mesure où elle permet de retrouver les liens perdus, d'identifier d'abord comme tels automatismes et sédimentations, de les revivifier ensuite en les replongeant dan l'actualité consciente »… « Le retour à l'original est le retour à l'origine »[39]. Mais alors le problème d'une philosophie des sciences est esquivé. « Le progrès n'est pas justifié comme tel ». « Si l'histoire empirique est utilisée comme révélateur d'enchaînements essentiels, c'est à l'envers, non comme un mouvement, en avant, mais par le mythe du retour au passé. Ce mythe du retour à l'origine est couplé avec sa position téléologique. Ainsi dans la *Krisis*, « Avant la géométrie des objets idéaux apparaît l'art pratique de l'arpentage … Ses résultats pré géométriques sont pour la géométrie fondement de sens »[40] « Il n' y a plus ici retour à l'origine…mais orientation suivant le flux d'un devenir qui ne se présente comme tel que par l'enrichissement intelligible de ses termes »[41]

« Or l'un des problèmes essentiels de la doctrine de la science est que justement le progrès ne soit pas augmentation de volume par juxtaposition, l'antérieur subsistant avec le nouveau, mais révision perpétuelle des contenus par approfondissement et rature. » [42]

Dans la position logiciste carnapienne, « il y a méconnaissance de l'essentiel de l'enchaînement formel : son progrès nécessaire et chaque fois conditionné par l'effectif, ..la signification [d'un système formel] exige une génération par éclatements et dépassements successifs. »[43] Je reprends cette citation plus bas.

b) Je voudrais reprendre sur la question des philosophies dominantes des mathématiques telles qu'elles ont été classiquement représentées et enseignées, des remarques de Cavaillès que je vais développer. Après un constat de l'échec du logicisme

« Par les quelques précisions données on pourrait même montrer que les chemins par avance prévus, où devait s'engager la science postérieure, sont restés déserts »[44]. « Du logicisme ainsi compris - et guidé par le même réalisme caché qui pour Frege et Russell posait un en soi de l'univers-aucune solution au problème du fondement ne peut être attendue »[45]

Et de là une thèse que Cavaillès formule « La mathématique authentique est intuitionniste »[46]. Il veut dire que les mathématiques se posent en opposition aux formalismes et logicisme, et on peut voir dans les actes qu'elles supposent des jeux sur l'intuition dont les zones sont déplacées, elle n'est pas pour autant supprimée. Cette phrase situe la logique intuitionniste par rapport à la logique classique. ll veut sortir les mathématiques de leur réduction à la logique.

Donner un sens à cette affirmation, c'est montrer qu'elle repose sur d'autres propositions supposées par Cavaillès qui recourent presque toutes à une vision des mathématiques dans leur processus de progression.

Dans son discours d'habilitation Dedekind se demandait à quelle loi obéit le progrès des mathématiques ” les élargissements des définitions ne laissent aucune place à l'arbitraire mais suivent avec une absolue nécessité des définitions primitives si l'on applique le principe que les lois qui découlent de celles-ci et sont caractéristiques des concepts qu'elles introduisent ont une validité universelle »[47]. (Je reviens sur ce point dans les commentaires de définitions des processus d'abstraction selon Cavaillès).

Ici intervient la nécessité d'un double mouvement : d'une part, l'opération posée exige, soit en elle-même, soit par rapport aux opérations déjà existantes, un élargissement du champ des individus sur lesquels elle porte; d'autre part dans ce nouveau champ, les relations posées provoquent la substitution d'une nouvelle définition à la définition initiale. Ainsi les opérations arithmétiques - et les problèmes qui y sont liés-engendrent les champs des nombres algébriques, réels, complexes,… Le choix n'est pas arbitraire: toute définition posée engendre immédiatement les fils de liaison avec le système existant, c'est le faisceau tout entier qui est en réalité, pris comme nouvelle définition, que l'on condense seulement au maximum. »[48]

Ce qui fait la valeur des définitions nouvelles c'est le dynamisme qu'elles instaurent pour l'ouverture de champs nouveaux et donc la place qu'elles occupent dans l'ensemble du corpus. C'est donc la puissance d'invention qu'elles manifestent. Peut-on préciser cette affirmation qui recourt à l'idée d'une légitimation par la fécondité et donc par les conséquences? Le champ nouveau, les individus nouveaux qui apparaissent se détachent des précédents mais leur donnent aussi une signification nouvelle dans ce nouveau cadre et nous les fait voir sous un jour nouveau, on doit considérer qu'ils sont refondés.

Cavaillès fait le point sur la conjoncture philosophique des années d'avant-Seconde Guerre Mondiale, conjoncture qui n'a pas beaucoup changé. Je n'envisage pas toutes les productions du post modernisme ou la tradition Maverick, qui ne changent pas le fond de la question. Et ce essentiellement parce que les philosophes (toujours avec des exceptions) n'ont pas approfondi leurs réflexion sur les nouvelles productions scientifiques. L'intérêt de la position de Cavaillès tient au fait que ses critiques font apparaître des positions philosophiques positives que je vais reprendre pour certaines. Je complète maintenant la critique du logicisme, de l'intuitionnisme et des positions de Husserl dont j'ai déjà présenté certaines plus haut.

Je voudrais insister sur certaines critiques que Cavaillès adresse au logicisme dans la mesure où celles-ci ouvrent sur les mathématiques réelles en commençant par celles assez connues qu'il développe à l'encontre de Carnap.

Cavaillès commence par souligner deux difficultés essentielles. « Tarski est un des premiers à avoir nettement dissocié le plan du formel primaire et celui de sa syntaxe qui appartient à un autre formel. ...L'approfondissement même de l'étude [de la syntaxe] exige sa formalisation. Mais il faudra pour définir le système formel S1 de la syntaxe S, définir la syntaxe de S1, ce qui ne s'accomplira qu'au sein d'un système S2 , etc. Bien qu'il s'agisse de superposition, on se trouve amené à choisir pour la syntaxe d'un système Si sur le même plan que lui, par exemple parmi les systèmes S1 antérieurement définis »[49] Nous sommes obligés pour formaliser de nous appuyer sur des systèmes antérieurement constitués, il peut apparaître que nous risquions alors le cercle vicieux. « C'est un résultat obtenu dans l'acte effectif du formalisme que tout système contenant l'arithmétique peut formaliser sa propre syntaxe. L'acte secondaire pour lequel le sens posant de l'acte primaire est sens posé coïncide alors avec lui » Mais il ne s'agit nullement d'un cercle vicieux. Ce commentaire est remarquable en ce qu'il expose dans le langage de la phénoménologie la coïncidence : « il y a là une sorte de retour sur soi de la pensée formelle qu'il était impossible de prévoir avant son accomplissement et qui ne prend qu'en lui sa véritable portée. »[50]. Le « retour sur soi » de la pensée formelle est comme un *cogito* transféré à l'analyse de l'arithmétique. Ce phénomène est plus courant qu'il n'y paraît. Mais remarquons qu'il a été thématisé par la philosophie : cet acte philosophique se retrouve dans le déploiement du formel. Le théorème du point fixe expose dans toute son ampleur la forme mathématique de cette coïncidence. Il nous donne une interprétation tant du paradoxe de Russell et de sa force réelle que des démonstrations de Gödel[51]. Il est au centre de bien des développements d'informatique théorique. Je reviens sous peu sur les concepts clé de la philosophie de Cavaillès : paradigmatique et thématique.

La difficulté que souligne Cavaillès qui est encore celle du logicisme : comment contenir le système de toutes les syntaxes ? Trois difficultés qui vont par ordre croissant sont énoncées. « La syntaxe générale n'est qu'un ensemble de règles abstraites », « l'imagination syntaxique semble se perdre dans le vide d'une abstraction radicale ».
Ensuite « …on pourrait même montrer que les chemins par avance prévue, où devait s'engager la science postérieure, sont restés déserts »[52]. On sait que Carnap a modifié son programme mais le dernier a été lui aussi vain. Enfin, et là se trouve le défaut majeur, « méconnaissance de l'essentiel de l'enchaînement formel : son progrès nécessaire et chaque fois conditionné par l'effectif. »[53]. La signification de la notion de système formel exige une génération par éclatements et dépassements successifs. Que tout ne soit pas donné d'un seul coup n'a rien à voir avec l'histoire, mais est la caractéristique de l'intelligible ». Nous avons affaire à une sorte d'exigence interne d'une histoire interne. Cette histoire interne que d'aucuns ont appelé histoire conceptuelle est nécessaire, sinon nous n'avons plus affaire qu'à une déchéance vers « l'historique qui apparaît dans sa liaison avec les actualisations d'un temps et leur revêtement accidentel »[54].
Kant déclare bien qu'il n' y a de science que dans la mesure où elle est mathématique.
S'agit-il seulement de l'expression de relations qui s'actualisent dans l'intuition ? Mais on ne peut dissocier sens et expression d'une relation. On retrouve le même malaise dans les *Premiers Principes métaphysiques d'une science de la nature.* où l'exigence d'un idéal scientifique basé sur la notion de démonstration aboutit … à créer cette partie pure et nécessaire d'une science d'où se déduit son développement par l'adjonction de principes empiriques »Mais en quoi consistent les notions que Kant met en place ? « Ce ne sont guère que des notions non élaborées du sens vulgaire qui servent ici de guide. »[55]
Et Kant ne se sort pas des difficultés d'une analyse des rapports entre les mathématiques et la physique. « Sa position le conduirait à admettre que la démonstration soit d'ordre mathématique, par construction de concepts. Mais alors les concepts physiques doivent se représenter intégralement dans la mathématique ce que Kant n'admet pas et qui du reste soulève la difficulté de la spécificité de la construction physique par rapport à la construction mathématique »[56].
De même suivant les développements kantiens et sur la base d'une même logique « la démonstration mathématique elle-même est loin d'être définie avec clarté. La validité de la construction qui permet de sortir du concept est fondée sur l'unité de l'intuition formelle de

l'espace. Mais le caractère extra-intellectuel de celle-ci rend illusoire tout effort pour transformer en système déductif une science quelconque, à commencer par la géométrie »[57].

1-3 Les processus d'abstraction selon Cavaillès

On va partir de la notion de paradigme. « Le paradigme est caractéristique de l'actualisation. Non d'une actualisation *hic et nunc* dans le vécu dont l'extrinsèque est éliminé, dans la simple prise possession par elle-même ; mais une actualisation exigée par le sens de ce qui est posé, savoir un rapport qui entant que tel ne s'affirme que dans la réalisation de l'enchaînement, mais ne réclame cette singularité que quelconque donc tout en la posant la supprime et révèle par là un principe interne de variation »[58].

C'est de ce principe interne de variation qu'il est question dans les élaborations mathématiques. Et il s'agit d'une « dissociation libératrice de sens »[59] . C'est dans ce passage que Cavaillès cite la deuxième hypothèse du Parménide qui a été commentée par ailleurs. [60] L'être de la relation « affirme une indépendance qui se traduit en indifférence relative source de pluralité »[61]. « … ainsi pour chacune de ces promotions mathématiques où la liaison-acte sitôt effectuée est liaison type, ainsi pour cette fuite indéfinie vers le sens qui, dégagé grâce au décor intelligible et de lui fabriqué s'échappe aussitôt « comme dans un rêve » et par là même pose son originalité. »[62] Je lis cela comme un descriptif de la création mathématique. Elle a été comme élément d'un premier processus identifiée et formulée un peu différemment par Jean – Toussaint Desanti suivi en cela par Maurice Caveing..[63] Ce que Cavaillès appelle des « fractures d'indépendance » successives qui chaque fois détachent sur l'antérieur le profil impérieux de ce qui vient après nécessairement et pour le dépasser », peut être vu comme une transgression. Celle-ci est d'abord Idéalisation qui se dit d'abord du domaine de ce que Caveing appelle les M-objets qui sont pour lui les objets mathématiques. Par exemple « l'adjonction aux M-objets tenus jusque-là pour les seuls « réels », ou les seuls objets intuitifs, ou les seuls »naturels » d'éléments qui, par rapport à eux paraissent « idéaux », dans cet exemple, les entiers négatifs ; mais par cette introduction même l'opération de soustraction, jusque là asservie à l'ordre des entiers naturels se trouve elle aussi idéalisée et du même coup l'addition également puisque les deux opérations sont solidaires. »[64]. Cette idéalisation est bien libération d'opération et extension d'objet, dans une fracture d'indépendance. Elle est bien dans cette situation libération de la pensée. « L'opération, ici l'addition n'est plus tout-à-fait la même: non seulement la soustraction a outrepassé sa règle, mais l'addition a aussi changé de caractère.. elle est devenue indifférente à certains caractères des éléments sur lesquels elle porte, c'est-à-dire plus abstraite… elle pourra s'appliquer à des angles, à des matrices, à des translations, à des vecteurs etc. »[65] Cavaillès met en évidence ce qu'il nomme *le moment de la variable* : « en remplaçant les déterminations d'actes par la place vide pour une substitution, on s'élève progressivement à un degré d'abstraction qui donne l'illusion d'un formel irréductible….les essais de caractéristique géométrique ou algébrique [chez Leibniz], la théorie des déterminants, le symbolisme du calcul infinitésimal où chaque fois se manifeste le désir de ne conserver que ce qui est d'essence. … » [66]. À propos de l'extension des concepts il est remarquable que le concept d'extension soit travaillé à l'intérieur des mathématiques dans de grandes théories comme celle de l'extension des corps de la théorie de Galois qui éclaire par exemple le passage aux irrationnelles, comme construction d'un nouveau corps du point de vue moderne.

Un second processus est nécessaire pour rendre compte de la formalisation, celui de la *thématisation*. Nous devons mettre en valeur les règles qui régissent le dessin des structures. Ce processus est décrit par Cavaillès dans un style phénoménologique qui présente l'avantage d'une précision métaphorique spatialement déployée. La pensée ne va plus vers le thème créé mais part de la façon de créer pour en donner le principe par une abstraction de même nature que l'autre (paradigme), mais dirigée transversalement….c'est en mathématique qu'apparaissent les exemples les plus nombreux : théorie des groupes, théories des opérations linéaires, des matrices, topologie des transformations topologiques,…il faut attendre jusqu'à Hankel et surtout Grassmann pour un développement systématique… »[67] p. 31. C'est à une nouvelle dissociation que se livre Cavaillès, dissociation qui permet le déploiement du second processus d'abstraction. Il faut distinguer entre la signification d'une opération en tant qu'elle est opérée –abstraction faite du problème dont l'exigence a créé sa singularité active, et dépouillée par la substitution possible de l'accidentel de son départ- et sa signification en tant qu'opérante, c'est-à-dire le sens non plus du passage mais du *quomodo*, de celui-ci, où le résultat n'est plus considéré dans son essence si pure soit-elle devenue, mais dans la simple position d'un résultat qui résulte, par suite indication des modes qui l'ont engendré… ». Cavaillès donne l'exemple de l'addition dans un sens très abstrait, « Ainsi l'addition, que le procès longitudinal rend indifférente aux nombres, lettres ajoutées, qui devient multiplication ou addition abstraite et dont le procès transversal donne les lois d'associativité et de commutativité. » Je peux ici m'appuyer sur la façon dont Maurice Caveing interprète ce processus. « … dissocier l'opération des caractères particuliers des éléments sur lesquels elle porte et s'intéresser aux propriétés qui sont les siennes en liaison avec un ensemble d'éléments quelconques dans lesquels ces propriétés puissent être effectuées : commutativité, associativité, existence d'un élément neutre, existence d'un symétrique pour tout élément de l'ensemble sur lequel elle agit comme une loi interne de composition. Procéder de la sorte c'est poser l'opération d'addition elle-même comme idéalité thématique munie d'un spectre d'idéalité… »[68]. Les propriétés ainsi distinguées forment système valant pour tout sous-ensemble d'éléments composés au moyen de celle-ci, on dit qu'on a « thématisé une structure, ici la structure de groupe commutatif qui est constitué en un nouvel M-objet de niveau supérieur à celui des éléments qu'elle structure, lequel à son tour pourra être pris dans un nouvel enchaînement de gestes mathématiques réglés. »[69]. Et, point le plus essentiel, le processus de thématisation d'origine husserlien est pris sans aucune référence à une conscience constituante. Pour compléter cette analyse considérons des concepts introduits par Jean Toussaint Desanti dans les *Idéalités mathématiques* qui prolongent les propositions de Cavaillès et sont ici repris par Maurice Caveing. Supposons un instant que nous sommes entrés dans une terminologie phénoménologique. Un objet sera l'une des entités que manipule un mathématicien et en lequel il croit reconnaître un objet. J'introduis le concept d'horizon à la suite de Desanti. C'est la position d'un environnement implicite aux bords de tout objet mathématique explicitement posé. Exemple si l'on pose les trois sommets d'un triangle l'horizon co-posé inclut le plan euclidien. Si l'on pose l'invariabilité des angles d'un triangle donné, l'horizon co-posé inclut la classe d'équivalence des triangles qui lui sont semblables.

« Il est livré enfoui dans la conscience d'objet, mais n'en est pas moins visé comme constitutif de [l'objet mathématique} » [70]. « L'horizon ouvre un domaine de possibles … il étend la synthèse acquise des médiations déjà effectuées… »[71]
Le domaine des possibles est lui-même enveloppé dans cette synthèse … » Dans l'horizon il y a le domaine des possibles et celui des d'accumulation, ce sont des modalités d'horizon qui s'enveloppent l'une dans l'autre. Un second concept est introduit par Desanti, celui de « spectre d'idéalité » dont j'ai parlé ci-dessus. D'abord un objet mathématique possède un pôle d'idéalité, une formule par exemple qui exprime une propriété en toute généralité d'un objet mathématique. Ce pôle d'idéalité renvoie à un domaine dans lequel prend sens la formule mathématique, vue comme ce pôle d'idéalité. Le spectre d'idéalité est défini par Desanti comme « le domaine dans lequel s'organisent les noyaux idéaux dont la position est requise pour le maintien dans le champ de conscience d'un pôle d'idéalité »[72]. Le spectre d'idéalité rend disponible des possibilités de nouer d'autres relations que celles qui sont données, dont la, thématisation alimentera la théorie de l'objet mathématique considéré. « Offert potentiellement hors du champ de conscience le spectre d'idéalité permet de produire, dans ce champ des chaînages d'idéalités dominables selon des règles et d'apporter au thème idéal la richesse de ses déterminations. C'est là un concept *épistémologique*, c'est-à-dire qui concerne l'essence de l 'objectivité mathématique, à savoir la manière dont le [M[-objet se définit comme tel. C''est en lui qu'est fondée l'objectivité de la mobilité qui se laisse décrire phénoménologiquement… »[73]. Et donc dès qu'il y a position d'un objet le saisir dans son unité c'est déployer un discours qui lui est immanent, et dont les moments explicitent l'horizon qui lui est propre en développant les articulations de son spectre. Les objets n'ont donc d'existence qu' « intra théorique » c'est-à-dire qu'il appartient à leur structure intentionnelle d'être saisis dans le champ d'une théorie qui constitue leur domaine d'existence »[74] . On peut objecter à cette présentation dans une terminologie phénoménologique, le caractère potentiel des objets possibles sur ce fond d'après une remarque de Xavier Renou, par rapport à une présence simultanée et effective des objets dans une terminologie plus hégélienne. L'avantage de la présentation phénoménologique qui est plutôt épistémologique est de nous permettre de différencier ce que présenterais comme des niveaux de présence simultanée et de pouvoir les mobiliser. C'est le cas pour toutes les grandes théories dominantes du corpus mathématique, comme la théorie de Galois, des extensions infinies, ou différentielles ou algébrique ou de Grothendieck, qui possède des horizons comme la théorie des groupes, des anneaux, des catégories, ou des corps finis ou infinis qu'il faut déployer pour expliciter la théorie galoisienne et faire les démonstrations.

Comme on le voit ces processus d'abstraction que Cavaillès a mis en évidence et en œuvre peuvent faire le départ de nombreuses autres analyses. Elles l'ont fait. Ils sont l'effet d'un travail sur une conjoncture philosophique dont j'ai donné les éléments essentiels, mais ils représentent aussi et nécessairement un engagement décisif dans un travail de la pensée appuyé sur une stratégie.

Reste sans doute une question, la question des questions : « s'il est permis d'envisager le mouvement historique qui porte sans cesse en avant d'elles-mêmes les mathématiques une interrogation se dessine : quel en a pu être le ressort intrinsèque ? l'élément régulateur, la visée invariante »[75] . Pour répondre à cette question Caveing exclut les arguments immédiats et communs. « Il est clair qu'aucune réponse se situant sur le plan empirique des motivations contingentes, des circonstances extérieures, des programmes avoués, donc subjectifs, n'est suffisant. »[76]. Comme Cavaillès l'a posé suivant en cela son maître Léon Brunschvicg, le résultat d'une recherche est *imprévisible*, il n' y a pas en mathématiques de possibilité de description préalable de ce qui est cherché, parce qu'il n' y a pas de description préalable de ce qui sera inventé ou construit dans le travail mathématique. Tout au plus, et c'est beaucoup, existe-t-il des projections, certains résultats de recherche en théorie des nombres semblent demander plusieurs dizaines d'années, d'autres apparaissent hors d'atteinte. Des programmes de recherche ne sont que partiellement réalisés, comme celui de René Thom sur la classification des singularités.

Caveing propose les affirmations suivantes, « Retenons plutôt l'hypothèse que de tout temps, ce qui a guidé secrètement et silencieusement la recherche mathématique, c'est en quelque sorte la présence de schèmes relationnels à valeur anticipatrice ouvrant en définitive sur l'explicitation ou l'invention de relations dans le champ thématique sous investigation »[77]. Le thème de la relation déjà mis en évidence par Cavaillès doit être pris dans un sens étendu, pas seulement dans sa formalisation logique ou catégorique. Même s'il les inclut. Cela suppose que l'on accepte, ce que je fais volontiers, les propos suivants. L'objet mathématique peut être réduit sans que ce soit un propos logiciste, « Il s'agit d'une réduction intra-mathématique consistant à montrer que le concept d'objet mathématique … en l'espèce censé « naturel », se résout à chaque pas, comme les autres objets, en un système spécifié de relations dont les concepts mathématiques sont eux-mêmes rigoureusement spécifiés »[78]. C'est le cas d'un objet naturel comme l'espace ou le nombre entier naturel que l'on doit réduire à un système de relations. Il est certes impossible de construire une théorie unitaire des relations mais « On doit cependant admettre que c'est envisagée sous le concept général de relation que les mathématiques peuvent offrir l'image approximative d'un édifice, d'une construction qui s'élève dans des degrés d'abstraction »[79] Le concept d'un édifice doit exclure celui de fondement. « En revanche la reconnaissance d'échelles de l'abstraction ne peut manquer de susciter la question de ce qui se trouve « au bas de l'échelle ». »[80]. Les objets naturels que l'on pense souvent être à la « base » des mathématiques sont en réalité eux aussi susceptibles d'une conception en termes de relations organisées en systèmes. Les mathématiques ne commencent qu'avec les structures définies par les diverses sortes de relations qui y sont utilisées. Et la relation est première par rapport à ses termes, objets qui ne sont rien d'autre » que ce qui satisfait le système de relations. »[81] et « Il est ainsi entièrement déréalisé, privé de la réalité donnée dans une forme intuitive de perception. »[82]

Le concept de schème ici employé, n'est pas comme chez Kant règle de production de l'image dans l'intuition, mais « forme idéale de toue opération de « mise en relation » ou anticipatrice de Rxyz… »[83] .La pensée mathématique met en œuvre de diverses manières dans l'histoire « les ressources de la pensée relationnelle, grâce auxquelles elles sont promises à un développement en principe illimité. »[84]

2-La guerre, la philosophie, les mathématiques.

Russel pensait que le totalitarisme était causé par notre impuissance à résoudre le problème de l'induction. Il est certain qu'une situation, une position politique comporte des déterminations philosophiques, qu'elle est soumise aux déchéances, aux décrépitudes de la pensée. Il est non moins certain que la situation impose des formes d'intervention, elles-mêmes philosophiques. Mais le cas de Cavaillès et d'une autre façon de Lautman est plus radical. Il s'est agi pour lui de combattre et de résister, d'organiser des réseaux, et des coups de main.

Les héros de la Résistance ont été des gens de toute origine, de professions différentes, les philosophes ont été rares à y prendre part, comme ils sont rares aujourd'hui en considérant l'ensemble d'une population ou même de la communauté universitaire. Mais Jean Cavaillès, chef de guerre, a conçu son combat dans une logique de l'action qui en énonce la nécessité.

Les prises de position de Cavaillès dans la conjoncture philosophique ont consisté à montrer les difficultés voire les obstacles à une libération de la pensée que pouvaient recéler le kantisme, le logicisme, l'intuitionnisme, le formalisme et enfin avec un séjour particulièrement approfondie dans ses diverses strates, la phénoménologie husserlienne. Il écrivit à Lautman : « c'est en fonction de Husserl un peu contre lui que j'essaie de me définir ». [85]. Il a proposé une philosophie de la dynamique interne des sciences et en particulier des mathématiques issue de la compréhension en profondeur des mathématiques et c'est sur la base de cette compréhension philosophique qu'il a pu, dans les méandres qu'il a parcourues de l'histoire de la philosophie, lui faire avouer les formes déguisées de ses refus. Sa position s'inscrit alors de façon tout aussi nécessaire dans ses productions.

Le travail que j'ai présenté consiste volontairement en des analyses philosophiques encadrées par deux développements succincts de nature plus directement politique. C'est de cet encadrement qu'il doit être essentiellement question, comme d'une relation entre la vie et la philosophie. Sans doute une éthique peut-elle nous donner les bases de résolution d'une telle question. Et il me paraît clair que Cavaillès fut l'un de ses porteurs. Cette éthique n'est pas de l'ordre du symbolique kantien mais il est sûr qu'elle possède un rapport du même genre à l'esthétique.

Je me permets encore une citation de l'introduction à *Récoltes et semailles.* « Il est vrai aussi que l'ambition la plus dévorante est impuissante à découvrir le moindre énoncé mathématique, ou à le démontrer - tout comme elle est impuissante (par exemple) à "faire bander" (au sens propre du terme). Qu'on soit femme ou homme, ce qui "fait bander" n'est nullement l'ambition, le désir de briller, d'exhiber une puissance, sexuelle en l'occurrence - bien au contraire ! Mais c'est la perception aiguë de quelque chose de fort, de très réel et de très délicat à la fois. On peut l'appeler "la beauté", et c'est là un des mille visages de cette chose-là. D'être ambitieux n'empêche pas forcément de sentir parfois la beauté d'un être, ou d'une chose, d'accord. Mais ce qui est sûr, c'est que ce n'est pas l'ambition qui nous la fait sentir. . . »[86]

BIBLIOGRAPHIE

ARAGON Louis, *Les poissons noirs ou de la réalité en poésie*, *Le nouveau Crève-cœur*, Œuvres poétiques complètes La Pléiade , Paris, Gallimard, 2007.

BADIOU Alain*, Logique des mondes*, *L'être et l'événement 2*, Paris, Le Seuil, 2006.

BOURBAKI Nicolas,, *Topologie générale*, Paris, Hermann, 1971.

BRUNSCHVIG Léon, *Les Étapes de la Philosophie mathématique* (1912), Paris, Librairie Blanchard, 1972.

CAVAILLÈS Jean, *Méthode axiomatique et Formalisme,* q.v. dans *Œuvres complètes de Philosophie des Sciences*, Paris, Hermann, 1994.

-*Sur la logique et la théorie de la science*, Paris, Vrin, 1997.

CAVEING Maurice, *Le problème des objets dans la pensée mathématique*, Paris, Vrin, 2004.

DESANTI Jean-Toussaint, *Les Idéalités mathématiques*, Paris, Le Seuil, 1968.

FREGE Gottlob, *Grundlagen der Arithmetik* (1884) trad. *Les fondements de l'arithmétique*, par Imbert C., Paris, Le Seuil, 1969.

GIRARD Jean-Yves, *Le point aveugle* I Cours de logique Vers la perfection, Paris, Hermann, 2006.

GRANGER Gilles Gaston, *Formes, opérations , objets*, Paris, Vrin, 1994.

GROTHENDIECK Alexandre, *Eléments de géométrie algébrique* (rédigé avec la collaboration de Jean Dieudonné) Publications de l'IHES, vols 1,2, 3, 1960, 1961, 1962

-*Récoltes et semailles* dit le « mille pages » Université des sciences et techniques du Languedoc et CNRS Réflexions sur un passé de mathématicien. 1988(?).

HEGEL Georg Wilfried Friedrich, *Encyclopédie des Sciences Philosophiques,* I Science de la logique, Trad. Bernard Bourgeois, Paris, Vrin,1986.

HUSSERL Edmund, *L'Origine de la géométrie*, trad. Derrida J., « Épiméthée », Paris, PUF, 1962.

-*Idées directrices pour une phénoménologie* I, trad. Ricœur P., Paris Gallimard, 1950.

-*Logique formelle et logique transcendantale*, trad. Bachelard S., Paris, P.U.F, 1957.

KANT Immanuel, *Critique de la Raison pure*, Trad. Jules Barni revue par P. Archambaut, Paris, Flammarion, 1987.

LAUTMAN Albert, *Les mathématiques les idées et le réel physique,* Paris, Vrin, 2006.

RAMOND Charles, *Alain Badiou Penser le multiple*, Paris L'Harmattan, 2002.

RAYMOND Pierre, *Le Passage au matérialisme*, Paris, Librairie Maspero, 1973.

RAYMOND Pierre, *L'Histoire et les sciences*, Paris, Librairie Maspero, 1975.

SINACEUR Hourya, Benis *Cavaillès*, Paris, Les Belles Lettres, 2013.

-*Jean Cavaillès, Philosophie mathématique*, Paris, PUF, 1994.

SZCZECINIARZ Jean-Jacques, in Fabio Maja Bertato, Jos Carlos Cifuentes, Jean-Jacques Szzczeciniarz, ed. *In the Steps of Galois* The mysterious Strengths of Galois Theory Paris Herman 2014, et Centro de Logica, Epistemologica e Historia Ciencia Campinas.

VUILLEMIN Jules, *Introduction à la philosophie de l'algèbre* T. 1, « Recherches sur quelques concepts et méthode de l'algèbre moderne », Paris, P.U.F, 1962.

WEIL Simone , *Œuvres complètes* VII *Correspondance*, [en particulier correspondance avec André Weil et réponses de ce dernier], Dir. Chenavier R., Paris, Gallimard, 2012.